

LXVI олимпиада по математике Эстонии
ШКОЛЬНЫЙ ТУР ТАЛЛИННА
Таллинн, 10 января 2019 года
IX класс

Время, отводимое для решения: 3 часа.

Верное и достаточно обоснованное решение каждой задачи дает 7 баллов.

Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Работник должен был перенести 16 ящиков из одного места в другое, перенося их по одному. Ему потребовалось 45 минут от момента поднятия первого ящика до опускания последнего ящика. На какое расстояние должен был работник перенести ящики, если его скорость при движении с ящиком была 3 км/ч, а на обратном пути 5 км/ч?

2. Миша записал код, в результате которого программа сгенерировала на экране все возможные 2019-значные натуральные числа, которые начинаются цифрой 3 и у которых любые из двух рядом стоящих цифр образуют двузначное число, которое делится или на 17 или на 23. Сколько чисел было сгенерировано программой и какие цифры были записаны последними в этих числах?

3. На острове живут правдолюбцы и лжецы. Правдолюбец говорит всегда только правду, а лжец всегда лжет. Однажды встретились пять жителей острова А, В, С, D и E, среди которых был только один лжец, и сказали следующие предложения:

A: Все лжецы мудрые.

B: Все мудрые жители богаты.

C: Все богатые жители лжецы.

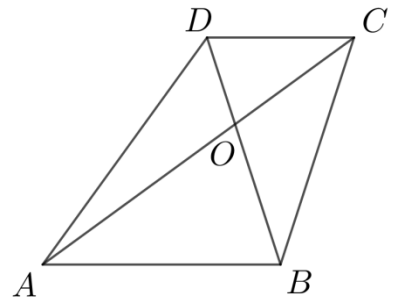
D: Я мудрый.

E: Я богатый.

а) Кто из них лжец? Запиши подробные объяснения.

б) Является ли верным утверждение „Все жители, которые одновременно мудрые и богатые, являются лжецами“ ?

4. Диагонали трапеции $ABCD$ ($AB \parallel CD$) пересекаются в точке O . Известно, что диагональ AC делит пополам угол BCD , $|AO| = |BC|$ и $\angle COB = 108^\circ$. Найди величины всех внутренних углов трапеции $ABCD$.



5. В трехзначном числе \overline{TAL} и в четырехзначном числе \overline{LINN} разным буквам соответствуют разные цифры и одинаковым буквам соответствуют одинаковые цифры, причем выполняется равенство

$$7 \cdot \overline{TAL} - 3 \cdot \overline{LINN} = 2019.$$

Найди все возможные значения семизначного числа $\overline{TALLINN}$.